UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
TALLER 2 LÓGICA MATEMÁTICA - I 2015

Profesor: Pedro Zambrano

---

1. ¿Cuál es el significado de la función recursiva definida por: $F(A) = 0$ para toda variable A, $F(\vee\alpha\beta) = F(\alpha) + F(\beta) + 1$ y $F(\neg\alpha) = F(\alpha) + 1$?. Justifique su respuesta.

2. Defina recursivamente el número de símbolos que aparece en una fórmula bien formada del cálculo proposicional α.

3. Justifique su respuesta:

   (a) Si $\alpha, \beta \in \mathcal{L}$ son tautologías, ¿$\alpha \wedge \beta$ es tautología?

   (b) Si α o β es tautología, ¿$\alpha \vee \beta$ es tautología?

   (c) Si $\alpha \wedge \beta$ es tautología, ¿α es tautología y β es tautología?

4. Definiendo B como las variables del cálculo proposicional, Σ^* el conjunto de sucesiones finitas con símbolos en $B \cup \{\neg, \vee, (,)\}$, los operadores $F_\neg$ y $F_\vee$ en Σ^* definidos por $F_\neg(x) := \neg(\alpha)$, $F_\vee(x, y) := (x) \vee (y)$ y $K := \{F_\neg, F_\vee\}$, demuestre que $C(B, K)$ satisface unicidad de lectura.

5. Demuestre que $\equiv$ es una relación de equivalencia en el conjunto de fórmulas bien formadas del cálculo proposicional.

6. Demuestre que $\alpha \vDash \beta$ si y sólo si $\vDash \alpha \to \beta$.

7. Demostrar que si v es una valuación y α, β son fórmulas bien formadas:

   (a) $v(\alpha \wedge \beta) = 1$ si y sólo si $v(\alpha) = v(\beta) = 1$.

   (b) $v(\alpha \to \beta) = 0$ si y sólo si $v(\alpha) = 1$ y $v(\beta) = 0$.

   (c) $v(\alpha \leftrightarrow \beta) = 0$ si y sólo si $v(\alpha) = v(\beta)$.

8. Demostrar que si $\vDash \alpha_1 \to (\alpha_2 \to (\cdots (\alpha_n \to \alpha)))$ entonces $\alpha_1, \cdots, \alpha_n \vDash \alpha$.