UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
TALLER 5 LÓGICA MATEMÁTICA- I 2015

Profesor: Pedro Zambrano

---

1. Si $\mathcal{M} \subseteq \mathcal{N}$ ¿$\mathcal{M} \prec \mathcal{N}$? Justifique completamente su respuesta.

2. Si $\langle \mathcal{M}_i : i < \lambda \rangle$ es una $\prec$-cadena creciente de L-estructuras de primer orden, demuestre que sobre $\bigcup_{i<\lambda} M_i$ se puede definir una L-estructura (que denotaremos por $\bigcup_{i<\lambda} \mathcal{M}_i$) tal que $M_j \prec \bigcup_{i<\lambda} \mathcal{M}_i$ para todo $j < \lambda$.

3. Si $\langle \mathcal{M}_i : i < \lambda \rangle$ es una $\prec$-cadena creciente de L-estructuras de primer orden tal que existe una L-estructura tal que $\mathcal{M}_j \prec \mathcal{N}$ para todo $j < \lambda$, demuestre que $\bigcup_{i<\lambda} \mathcal{M}_j \prec \mathcal{N}$.

4. Un orden parcial $\langle I, \leq \rangle$ se dice *dirigido* si dados $i, j \in I$ existe $k \in I$ tal que $i \leq k$ y $j \leq k$. Sea $\langle \mathcal{M}_i : i \in I \rangle$ un sistema dirigido de L-estructuras (i.e., si $i, j \in I$ son tales que $\imath \leq j$ entonces $\mathcal{M}_i \prec \mathcal{M}_j$), entonces $M_j \prec \bigcup_{i\in I} \mathcal{M}_i$ para todo $j \in I$ y si $\mathcal{N}$ es una L-estructura tal que $\mathcal{M}_j \prec \mathcal{N}$ para todo $j \in I$ entonces $\bigcup_{i\in I} \mathcal{M}_i \prec \mathcal{N}$.

5. Sean $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_3$ L-estructuras tales que $\mathcal{M}_1 \subseteq \mathcal{M}_2 \prec \mathcal{M}_3$ y $\mathcal{M}_1 \prec \mathcal{M}_3$, demuestre que $\mathcal{M}_1 \prec \mathcal{M}_2$.