

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
TALLER 2 LÓGICA MATEMÁTICA - I 2016

Profesor: Pedro Zambrano

1. ¿Cuál es el significado de la función recursiva definida por: $F(A) = 0$ para toda variable A , $F(\forall\alpha\beta) = F(\alpha) + F(\beta) + 1$ y $F(\neg\alpha) = F(\alpha) + 1$?. Justifique su respuesta.
2. Defina recursivamente el número de símbolos que aparece en una fórmula bien formada del cálculo proposicional α .
3. Justifique su respuesta:
 - (a) Si $\alpha, \beta \in \mathcal{L}$ son tautologías, ¿ $\alpha \wedge \beta$ es tautología?
 - (b) Si α o β es tautología, ¿ $\alpha \vee \beta$ es tautología?
 - (c) Si $\alpha \wedge \beta$ es tautología, ¿ α es tautología y β es tautología?
4. Definiendo B como las variables del cálculo proposicional, Σ^* el conjunto de sucesiones finitas con símbolos en $B \cup \{\neg, \vee, (\cdot,)\}$, los operadores F_\neg y F_\vee en Σ^* definidos por $F_\neg(x) := \neg(\alpha)$, $F_\vee(x, y) := (x) \vee (y)$ y $K := \{F_\neg, F_\vee\}$, demuestre que $C(B, K)$ satisface unicidad de lectura.
5. Demuestre que \equiv es una relación de equivalencia en el conjunto de fórmulas bien formadas del cálculo proposicional.
6. Demuestre que $\alpha \models \beta$ si y sólo si $\models \alpha \rightarrow \beta$.
7. Demostrar que si v es una valuación y α, β son fórmulas bien formadas:
 - (a) $v(\alpha \wedge \beta) = 1$ si y sólo si $v(\alpha) = v(\beta) = 1$.
 - (b) $v(\alpha \rightarrow \beta) = 0$ si y sólo si $v(\alpha) = 1$ y $v(\beta) = 0$.
 - (c) $v(\alpha \leftrightarrow \beta) = 1$ si y sólo si $v(\alpha) = v(\beta)$.
8. Demostrar que si $\models \alpha_1 \rightarrow (\alpha_2 \rightarrow (\dots (\alpha_n \rightarrow \alpha)))$ entonces $\alpha_1, \dots, \alpha_n \models \alpha$.