UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
EJERCICIOS 1 INTRODUCCIÓN A LA TEORIA DE CONJUNTOS - II 2016

Profesor: Pedro Zambrano

---

1. Sustituya el axioma de existencia por el siguiente *axioma débil de existencia*:

   Hay por lo menos un conjunto.

   Demuestre que el axioma de existencia se sigue del axioma débil de existencia y del esquema de separación.

2. Demuestre que el conjunto de todos los conjuntos no existe. (Sugerencia: Suponga que tal conjunto V existe y use el esquema de separación con la propiedad $P(x) : x \notin x$).

3. Demuestre que dado cualquier conjunto X, $\mathcal{P}(X) \nsubseteq X$. De este hecho, dé una prueba alternativa del hecho que no existe el conjunto de todos los conjuntos.

4. Demuestre que si A, B, C, D, E son conjuntos, existe un conjunto C tal que $X \in C$ si y sólo si $x = A$ o $x = B$ o $x = C$ o $x = D$ o $x = E$.

5. Dado un conjunto S, demuestre que existe un único conjunto C tal que $x \in C$ si y sólo si existe un $A \in S$ tal que $x \in A$.

6. Demuestre que $\bigcup \emptyset = \emptyset$.

7. Demuestre que $\bigcap \emptyset$ no es conjunto. (Sugerencia: Demuestre que si fuera conjunto, dado cualquier conjunto A entonces $A \in \bigcap \emptyset$, luego $\bigcap \emptyset$ sería el conjunto de todos los conjuntos).

8. Sustituya el axioma de uniones por el siguiente *axioma débil de uniones*:

   Dado un conjunto S, existe un conjunto U tal que si $A \in S$ y $x \in A$ entonces $x \in U$.

   Demuestre que el axioma de uniones se sigue del axioma débil de uiones y del esquema de separación.

9. Considere la siguiente definición alternativa de pares ordenados: Sean a, b conjuntos y $\square, \triangle$ dos conjuntos diferentes entre sí (por ejemplo, $\square := \emptyset$ y $\triangle := \{\emptyset\}$). Defina $\langle a, b\rangle := \{\{a, \square\}, \{b, \triangle\}\}$. Demuestre que:

   (a) Si $a \neq b$ entonces $\langle a, b\rangle \neq \langle b, a\rangle$.

   (b) $\langle a, b\rangle = \langle c, d\rangle$ si y sólo si $a = c$ y $b = d$

10. Sean A, B, C conjuntos. Demuestre que el operador $\circ : C^B \times B^A \to C^A$ definida por $(g, f) \mapsto g \circ f$ (composición de funciones) existe.